

APRIL/MAY 2024

**23UEMA10C/23IEMA10C —
MATHEMATICS – I**

Time : Three hours

Maximum : 75 marks



SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. If $f(x) = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5$ where $-1 < x < 1$ hence prove that $f(x) = \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) = 2f(x)$.

$f(x) = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5, -1 < x < 1$ எனில் இதை

நிரூபிக்கவும்: $f(x) = \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) = 2f(x)$.

2. If $y = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \dots$ then prove that

$x = \frac{y}{1!} + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + \dots$

$y = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \dots$ எனில் இதை நிரூபிக்கவும்:

$x = \frac{y}{1!} + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + \dots$

3. State Cayley-Hamilton theorem.
கெய்லி-ஹாமில்டன் தேற்றத்தை கூறுக.
4. Define skew symmetric matrix.
வளைவு சமச்சீர் அணியை வரையறுக்கவும்.
5. Write the formula for Newton's method.
நியூட்டனின் முறைக்கான சூத்திரத்தை எழுதவும்.
6. Write when we will use Newton's backward interpolation formula.
நியூட்டனின் பின்தங்கிய இடைக்கணிப்பு சூத்திரத்தை எப்போது பயன்படுத்துவோம் என்று எழுதவும்.
7. Prove that

$$\tan 7\theta = \frac{7\tan\theta - 35\tan^3\theta + 21\tan^5\theta - \tan^7\theta}{1 - 21\tan^2\theta + 35\tan^4\theta - 7\tan^6\theta}$$
 நிரூபிக்கவும்:

$$\tan 7\theta = \frac{7\tan\theta - 35\tan^3\theta + 21\tan^5\theta - \tan^7\theta}{1 - 21\tan^2\theta + 35\tan^4\theta - 7\tan^6\theta}$$
8. Define Hyperbolic function.
ஹைப்பர்போலிக் செயல்பாட்டை வரையறுக்கவும்.
9. Find the n^{th} derivative of $\frac{1}{x}$.
 $\frac{1}{x}$ இன் n -ஆவது வகையீடு கண்டறியவும்.
10. State Leibnitz theorem.
லீப்னிட்ஸ் தேற்றத்தை கூறுக.

17. Find A^{-1} if $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ using Cayley-Hamilton theorem.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ எனில் } \quad \text{கெய்லி-ஹாமில்டன்}$$

தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி A^{-1} -ஐ கண்டுபிடிக்கவும்.

18. From the following data, find θ at $x = 43, x = 84$.

x: 40 50 60 70 80 90

y: 184 204 226 250 276 304

பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து, x -ன் மதிப்பு 43, 84 எனில் θ -ஐ கண்டுபிடிக்கவும்.

x: 40 50 60 70 80 90

y: 184 204 226 250 276 304

19. Expand $\cos^5 \theta \sin^3 \theta$ in a series of multiplies of ' θ '.

விரிவாக்குக: $\cos^5 \theta \sin^3 \theta$, ' θ '-இன் பெருக்கல் தொடரில்.

20. Find the maxima and minima $x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20 = 0$.

$x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20 = 0$ -இன் அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச மதிப்பைக் கண்டறியவும்.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Sum the series $S = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1.4}{5.10} - \frac{1.4.7}{5.10.15} + \dots$

$$S = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1.4}{5.10} - \frac{1.4.7}{5.10.15} + \dots \text{ என்ற தொடரின் கூட்டுத்தொகை காண்க.}$$

Or

- (b) Show that $\log 2 - \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} + \dots = \frac{1}{2}$.

$$\log 2 - \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} + \dots = \frac{1}{2} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

12. (a) Verify Cayley Hamilton theorem if

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

எனில் கெய்லி ஹாமில்டன்

தேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்.

Or

- (b) Write the definition of symmetric, Hermitian, skew Hermitian, Orthogonal and unitary matrices.

வரையறு: சமச்சீர், ஹெர்மிட்டியன், ஸ்கியூ ஹெர்மிட்டியன், செங்குத்தணி மற்றும் அலகு அணிகள்.

13. (a) Apply Lagrange's method to find $f(5)$. Given $f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 8, f(7) = 128$.

$f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 8, f(7) = 128$ எனில் லாக்ரேஞ்சு முறையைப் பயன்படுத்தி $f(5)$ -ஐ கண்டறிக.

Or

- (b) Find the real positive root of $3x - \cos x - 1 = 0$ by Newton's method correct to 6 decimal places.

நியூட்டனின் முறையைப் பயன்படுத்தி $3x - \cos x - 1 = 0$ -இன் உண்மையான நேர்மறை மூலத்தை சரியாக 6 தசம இடங்களை கண்டறியவும்.

14. (a) Evaluate $\sin 3^\circ$ Correct to three place of decimals.

மதிப்பிடுக. $\sin 3^\circ$ சரியாக 3 தசம இடங்கள்.

Or

- (b) Prove that

$$2^5 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6 \cos 4\theta + 15 \cos 2\theta + 10.$$

நிரூபிக்கவும்:

$$2^5 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6 \cos 4\theta + 15 \cos 2\theta + 10$$

15. (a) If $u = 2xy, v = x^2 - y^2$ and $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$. Evaluate $\frac{\partial(u_1 \theta)}{\partial(r_1 \theta)}$.

$$u = 2xy, v = x^2 - y^2 \text{ மற்றும்}$$

$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta \quad \text{என்றால்} \quad \frac{\partial(u_1 \theta)}{\partial(r_1 \theta)} - \text{ஐ}$$

மதிப்பிடவும்.

Or

- (b) Find the three positive numbers such that their sum is a constant 'a' and their product is maximum.

மூன்று நேர்மறை எண்களைக் கண்டறியவும் அதாவது அவற்றின் கூட்டுத்தொகை மாறிலி 'a' மற்றும் அவற்றின் பெருக்குத்தொகை அதிகப்படும்.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Sum the Series $\frac{1^2}{1!} + \frac{1^2 + 2^2}{2!} + \frac{1^2 + 2^2 + 3^2}{3!} + \dots$

$$\frac{1^2}{1!} + \frac{1^2 + 2^2}{2!} + \frac{1^2 + 2^2 + 3^2}{3!} + \dots \quad \text{என்ற தொடரின் கூட்டுத்தொகை காண்க.}$$